

KoMáR - 8. ročník

2019/2020

1. série

Ahoj!

Baví tě matematika? Máš rád řešení problémů, u kterých musíš použít hlavu? Díváš se na SPZ-ky aut a všímáš si těch, které jsou dělitelné 9-ti?

Pokud byla alespoň jedna z odpovědí ano a ty sám jsi ještě na základní škole (nebo v odpovídajícím ročníku víceletých gymnázií), pak je KoMáR určitě skvělý způsob, jak trávit nějaký ten volný čas. Při řešení získáš skvělou praxi a pokud budeš úspěšný, rozhodně tě neminou hezké ceny. Navíc, když s námi pojedíš na soustředění, můžeš potkat spoustu zajímavých lidí, zahrát si parádní hry a dozvědět se i něco zajímavého z matematiky. Máš chuť to zkusit? Tak do toho!

Chystané **podzimní soustředění** se bude konat o víkendu 11. - 13. 10. Tak si termín poznač v kalendáři a přijed'. Moc se na Tebe těšíme!

Více informací si můžeš přečíst na našich stránkách: *[komar.math.muni.cz](http://komar.math.muni.cz)*.

## Jak řešit

V každé sérii je osm příkladů, cílem však není vyřešit všechny, proto neváhej poslat byť i jediné řešení nebo jeho nástin. Důležité je řešení pečlivě okomentovat, pouze výsledek nebo zmatečná změť rovnic nemůže dostat plný počet bodů – pamatuj, že opravující musí ze tvého řešení pochopit tvůj tok myšlenek.

Každý vyřešený příklad sepiš na samostatný papír, na každý list se podepiš a uveď číslo úlohy, dej je do obálky a do termínu odeslání dané série je odešli na níže uvedenou adresu. My tvá řešení opravíme a se zadáním nové série, vzorovými řešeními a výsledkovou listinou ti je pošleme zpět. Odevzdávat můžeš i online prostřednictvím našich webových stránek.

Spolu s řešením první série nám pošli také svou adresu, kam ti máme posílat opravená řešení, a název školy a třídu, kde studuješ.

## Příklady a bodování

Příklady jsou seřazeny od nejjednoduššího k nejobtížnějšímu. Přičemž za 0. příklad můžete obdržet až 2 body, za 1.–5. můžete obdržet až 5 bodů, za 6. až 6 bodů a za 7. až 7 bodů. Aby nebyli žáci vyšších tříd příliš zvýhodněni, tak jsme se rozhodli body přepočítávat podle níže uvedeného vzorečku:

$$x_v = \sqrt{(m + km)^2 + (km)^2 - (x_z - m - km)^2} - km$$

kde  $x_v$  je výsledný počet bodů za sérii,  $x_z$  je součet získaných bodů za všechny úlohy a  $m$  je maximální možný počet bodů za sérii (tedy 40 bodů).  $k$  je koeficient závislý na ročníku podle následující tabulky:

Ročník	Hodnota
6.	1,4
7.	2,3
8.	5
9.	35

Řešení posílej na adresu:

KoMáR

Gymnázium, Brno, tř. Kpt. Jaroše 14

658 70 Brno

S případnými dotazy ohledně semináře se můžeš obracet na organizátory, jejichž email najdeš na našich stránkách: [www.komar.math.muni.cz](http://www.komar.math.muni.cz), nebo se obrať na číslo vedoucího projektu 777 182 312 Petra Pupíka nebo na číslo 734 286 816 hlavní organizátory Ádi.

Hodně štěstí nejen při řešení KoMáRa přeji Petr, Janča, Míša, Áďa, Lucka, Anička, Vašek a dva Kubové.

## Zadání První Série

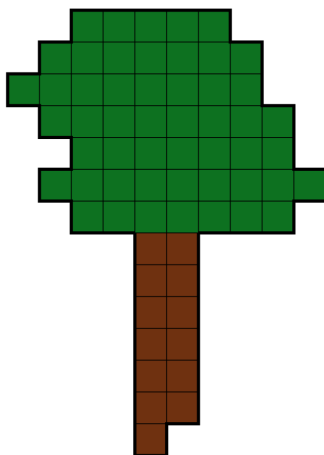
Termín odevzdání: 28. října

Před dávnými věky v tu nejobyčejnější denní dobu, za nejobyčejnějšího počasí a v nejobyčejnějším místě na Zemi se náhle zrodila velmi neobyčejná větev. Větev, která měla změnit svět. Větev, která svým dokonalým tvarem představovala nedokonalé Y. Větev Václavek.

**Úloha 0.** *Napiš, proč se Větev Václavek jmenuje Václavek. Jako bonus ti bude sděleno, jak moc jsi blízko pravdy.*

Toto však není Legenda o Václavkovi. Ne, to by byl zcela jiný příběh. Rozhodně zajímavý a plný nečekaných zvrátů a rodinných vztahů, ale zcela jiný. Toto taktéž nebude příběh o jeho babičce Ludmile, jež tlu v podobě pařezu nedaleko Žebětína. Toto taktéž nebude příběh o jeho rodném stromu v Obůrce u Blanska.

**Úloha 1.** *Jaký tvar musí mít větev, jestliže má mít velikost tři až pět čtverečků a musí být spojitá (každý čtvereček má s alespoň jedním dalším čtverečkem společnou hranu), aby určitým počtem stejných větví šel beze zbytku vyplnit strom na obrázku? Zdůvodni, proč nelze použít žádný jiný tvar.*



Ne. Toto bude příběh o Carlosovi. Carlos není žena. Carlos není pozemšťan. Carlos nenosí buřinku. Carlos totiž nosí sombrero. „Mívám občas takové nutkání, víš? Sebrat kuráž, zahodit sombrero a prostě tu všechny do jednoho pozabíjet. Říkám si, Bagře, že je to možná trochu radikální řešení, ale podívej třeba na tyhle ubožáky,“ povídá svému psovi. „Na ty dva týpky, nebo na ty kozy?“ povídá pes.

**Úloha 2.** *Ištván a Šimon mají stádo koz, které si pojmenovali podle jejich vlastností. Jedna z jejich koz vždy mluví pravdu, jedna vždy lže a zbylé dvě to s každou větou střídají. Neví však, která je která. Pomozte jim to zjistit, jestliže víte, že řekly tyto věty:*

- *Blbounek: „Já mluvím vždy pravdu.“ + „Tupeček to vždy střídá.“*
- *Zaostálek: „Já mluvím vždy pravdu.“ + „Tupeček to vždy střídá.“*
- *Zabedníček: „Já mluvím vždy pravdu“ + „Zaostálek to vždy střídá.“*
- *Tupeček: „Já vždy lžu.“ + „Zabedníček vždy lže.“*

„Myslím, že to trochu přeháníš,“ odvětil Bagr nezaujatě, „lítám s tebou z planety na planetu roky a doteď jsi s nikým nikdy problém neměl. Navíc jsou to jen kozy a jedna se ke všemu jmenuje Blbounek. Co bys tak po ní asi chtěl? Ta ti z fleku nevymyslí Archimédův zákon.“ „Já vím, Bagře. Taky mi to přijde divné, ale vždycky, když začnu mít pochybnosti, stačí mi se podívat na cokoliv živého, kromě tebe, Bagře, samozřejmě, a už mám před očima představu, jak tomu dotyčnému stvoření vrážím hřebík do oka. Jo a taky u toho mám, Bagře, vždycky pocit, jako bych byl větev. Cítíš se někdy, jako bys byl větev, Bagře?“

**Úloha 3.** *Kolikrát denně si Carlos myslí, že je větev, myslí-li si to pouze v takové časy, pro něž platí, že v digitální podobě je čas osově souměrný podle vodorovné osy a zároveň součet všech cifer je sudé číslo?*

„Ne, Carlosi, ještě nikdy jsem se jako větev necítil.“ „Ani jako malá větvička?“ „Ani jako malá větvička.“ „Ani jako ten nejmenší lísteček na stromě, Bagře?“ „Ani jako ten nejmenší lísteček na stromě.“ Carlos se zamyslel. Do této chvíle mu nepřišlo nijak zvláštní, že se cítí jako větev. Většinu času totiž samozřejmě věděl, že větev není.

Po chvíli je sledování koz a jejich pastevců přestalo bavit a odebrali se zpět do létajícího talíře. Carlos vytáhl sklenice s kuličkami a začal je znuděně přehazovat.

**Úloha 4.** *Carlos má dvě sklenice s kuličkami, v první je 20 červených kuliček, v druhé je 20 modrých kuliček. Vezme z první sklenice 5 červených kuliček a přemístí je do druhé sklenice s modrými kuličkami. Pak vezme 5 libovolných kuliček z druhé sklenice a přemístí je do první sklenice tak, aby v obou sklenicích bylo 20 kuliček. Můžeme říct, že počet červených kuliček v první sklenici je větší než počet modrých kuliček ve druhé sklenici?*

„Prosím tě, nech ty sklenice a pojď nastartovat. Pokud sis nevšiml, nemám prsty, abych mohl zmáčknout všechny ty čudlíky,“ okřikl Carlose Bagr. „Našel jsem další planetu. Nějaká... Země,“ pokračoval. „Země, říkáš? O té se mi zdálo. Je tam spousta lesů. Nebo alespoň bývala. A taky spousta fakt divného jídla. Měl jsi někdy, Bagře, srbské rizoto?“ „Kde bych asi vzal srbské rizoto?“ „Pravda, mně se o něm taky jen zdálo a už to mi bohatě stačilo.“ Carlos přistál nedaleko zvláštní farmy. Zrovna tam pobíhaly tři postavy kolem ještě zvláštějších zvířat.

**Úloha 5.** *Jája nakrmí čtvrtinu kůrovníků za 2 hodiny. Pája spolu s Jájou poté nakrmí  $\frac{2}{5}$  kůrovníků za 2 hodiny. Zbytek kůrovníků potom nakrmí Jája spolu s Františkem Komárkem za půl hodiny. Spočítejte, za jak dlouho by zvládl celou práci udělat sám František Komárek.*

„Nerostou mi na levý ruce listy, Bagře?“ ujišťoval se Carlos. „Nevšiml jsem si,“ prohlédl si ho Bagr. „Co jsme na týhle planetě, cítím se jako větev mnohem častěji.“ V tu chvíli Carlose napadla myšlenka. Pak ho napadla včela, ale vzápětí odletěla. Carlos sáhl do kapsy a vytáhl pár kuliček radikálie. „Do háje, to stačit nebude. Na, Bagře, sněz to. Musím sehnat další,“ rozhodl Carlos a vytočil nějaké číslo. „Prostě mi pošlete čtyři muže... Ať to nějak seženou, krindapána... Ano, samozřejmě... Dnes večer, musí to být hotové dnes večer! A nekřičte na mě laskavě!“ položil mobil a obrátil se na Bagra: „Teď už jen musíme sehnat lidské maso. Hej, vnímáš mě?“ „Mmm, cože?“ vytrhl se Bagr z myšlenek. „Nad čím přemýšlíš, Bagře?“ „Nad takovými pěknými čísly...“

**Úloha 6.** *Najděte nejmenší číslo, kterým když vynásobíte číslo 1357, dostanete číslo končící na 7531.*

„Na takový blbosti teď nemáme čas, Bagře.“ Začalo se smrákat. Za pár hodin už všichni stáli na mýtince, kterou objevili uprostřed lesa. Carlosovi pomocníci míchali v kotli smrtonosný lektvar a Carlos se oblékal do černého pláště. Když byly přípravy téměř u konce, zahodil sombrero. „Máte zbývající přísadu?“ otočil se na vědce. Vzápětí z kapsy vytáhl maso, hodil ho do kotle a lektvarem pošplíchal Bagra. Bagr brutálně zmasakroval všechny přítomné vědce. Carlos byl fascinován. „Hodný kluk,“ pochválil Bagra. „Prosím, tak už mi nikdy v životě neříkej,“ obořil se Bagr. „Teď už můžeme konečně aktivovat dron a vyslat ho nad farmu,“ usmál se Carlos. V tu chvíli Maxmilián do kotle hodil svůj porcelánový hrnek.

**Úloha 7.** *Hangár dronu má tvar půlkruhu o poloměru 10. Jaké největší rozměry může mít kotel tvaru krychle, aby půlkruhovou dírou prošel? Kotel se musí sunout po zemi, protože je velice těžký (to znamená, že jedna jeho hrana musí být postavená na průměru).*

„Za zhruba 60 hodin odletíme, musí se nabít baterie v talíři.“ „V porcelánovém nebo v tom vašem létajícím?“ ozvalo se náhle z lesa. „Prosím vás, co je tohle za otázku?“ zasmál se Bagr. V tom před ně skočila větev. „Ty, Bagře, já nejen, že se cítím jako větev, ale už i vidím živé větve,“ vyvalil oči Carlos. „Já ji vidím taky, Carlosi,“ vyvalil oči Bagr. „Dobrý večer, pánové. Já jsem Václavek. Těší mě. Snažil jsem se s Vámi spojit. Tím myslím Vás, ne toho psa,“ otočil se Václavek na Carlose, „psy moc nemusím, věčně se mě snaží chytit, když někam jdu.“ Carlos se podíval na Bagra a navzájem si vyměnili nechápavé pohledy. „Aby bylo jasno, nejste větev. Já jsem větev. Chápu, že jste zmatený, ale to je holt vedlejší účinek mých myšlenek ve vaší hlavě. Ano, to jsem byl já, opět - těší mě. A děkuji, že jste si tak hezky poradil s těmi lidmi, už mi fakt lezou na nervy.“ Carlos si nasadil zpět sombrero a nevěděl, co říct. „... Cože?“ vypadlo z něj po chvíli a do očí se mu začaly tlačit slzy zoufalství. . .

POKRAČOVÁNÍ V PŘÍŠTÍ SÉRII